滚珠丝杠进给系统改进预设性能无模型自适应滑模控制

曲星宇， 张爽， 彭成坤
（沈阳工业大学 电气工程学院，辽宁 沈阳 110870）

摘 要：滚珠丝杠进给系统（BSFS）作为广泛应用于工业自动化设备的传动机构，受限于模型参数不确定性及机械系统动态特性时变，传统的依赖于模型的控制器难以使其获得良好的定位和跟踪控制性能，为此，提出一种改进预设性能无模型自适应积分终端滑控制方法。首先，依据无模型自适应控制方法建立了滚珠丝杠进给系统紧格式动态线性化数据模型；其次，引入离散时间扩展状态观测器在线估计并补偿BSFS中存在的复合干扰。在此基础上，设计一种改进的预设性能函数和误差转换函数，构造了确保系统有限时间收敛的积分终端滑模面，并引入随滑模函数值变化自适应调整切换增益的离散趋近律，从而实现无模型、低复杂度且高性能的控制目标；再次，通过引入响应曲面法，分析了所设计的控制器参数对于系统的收敛速度和稳态精度的影响。通过实验验证所提策略能够定量约束BSFS跟踪及定位误差，在削弱抖振及提高系统抗干扰能力的同时保证系统误差快速收敛。

关键词：滚珠丝杠进给系统；预设性能；无模型自适应；积分终端滑模控制；响应曲面法
DOI：10.15938/j.emc.2025.09.016
中图分类号：TP271.4 **文献标志码**：A **文章编号**：1007-449X(2025)09-0169-14

Improved prescribed performance model-free adaptive sliding mode control for ball screw feed system

QU Xingyu， ZHANG Shuang， PENG Chengkun
（School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China）

Abstract: Ball screw feed systems (BSFS), as a widely adopted transmission mechanism in industrial automation equipment, are subject to model parameter uncertainties and time-varying dynamic characteristics of mechanical systems, making it challenging for traditional model-dependent controllers to achieve high-precision positioning and tracking performance. To address this issue, an improved prescribed-performance model-free adaptive integral terminal sliding mode control method was proposed. First, a compact-form dynamic linearization data model of the BSFS was established based on model-free adaptive control theory. Then, a discrete-time extended state observer was introduced to estimate and compensate for the compound disturbances in the BSFS in real time. Building upon this framework, an enhanced prescribed performance function and an error transformation function were designed to ensure transient and steady-state performance constraints. Furthermore, an integral terminal sliding manifold was constructed to guarantee finite-time convergence of the system. A discrete reaching law with adaptive switching gains,

收稿日期：2025-04-07
基金项目：2023年辽宁省“揭榜挂帅”科技计划项目(2023H1/11100004)
作者简介：曲星宇(1984—)，男，博士，教授，博士生导师，研究方向为高端重型成套装备节能驱动系统及智能控制；
张 爽(1999—)，女，博士研究生，研究方向为机电一体化及其控制；
彭成坤(1998—)，男，博士研究生，研究方向为永磁同步电机及其控制、人工智能。
通信作者：张 爽

adjusted according to the sliding function value, was incorporated to achieve model-free control, low computational complexity, and high tracking accuracy. Moreover, response surface methodology was employed to analyze the impact of controller parameters on convergence speed and steady-state precision. Finally, experimental results validate that the proposed control strategy can quantitatively constrain tracking and positioning errors of the BSFS, effectively suppress chattering, enhance disturbance rejection capability, and ensure rapid convergence of system errors.

Keywords: ball screw feed system; prescribed performance control; model-free adaptive; integral terminal sliding mode control; response surface method

0 引 言

滚珠丝杠进给系统(ball screw feed system, BSFS)是一种将电机的旋转运动转换为直线运动的机构。在工业制造领域,BSFS作为数控装备的核心功能部件,主要用于主轴或工作台的进给和定位,其跟踪和定位精度直接决定了数控装备的精度保持性能与加工质量[1-2]。在工业制造领域之外,BSFS还广泛应用于汽车变速器[3]、火箭发射器[4]及细纱机落纱装置[5]等工业场景中,位置控制精度也是上述应用的重要性能指标。作为复杂的机电系统,摩擦力矩、电子器件的噪声干扰、零部件的非线性接触、负载引起的转动惯量变化、高速和高加速情况下系统的阻尼和刚度系数的变化是影响BSFS运动精度的主要原因[6-8]。因此设计能够提高其位置控制精度且具有实际应用效果的控制器具有十分重要意义。

在BSFS位置控制研究中,大部分文献是基于精确的数学模型参数设计相应的控制方法,文献[9]提出一种改进的积分滑模控制方法,并采用广义扩展状态观测器补偿干扰,能够快速准确跟踪参考轨迹,然而其控制器设计过程中对于模型参数精度要求较高。文献[10]提出一种基于扰动补偿和惯性辨识的自适应SMC方法,能够有效提高BSFS的跟踪性能,然而其线性滑模面的引入在一定程度上降低了控制系统的鲁棒性。文献[11]通过线性变参数方法描述BSFS随位置和负载变化而变化的数学模型,提出线性变参数增益调度控制器。但其对于模型精度和参数辨识要求较高,应用起来比较困难。且上述控制方法,虽然考虑了系统固有的物理特性,如结构振动和摩擦,但需要辨识出准确的模型参数以及引入一些较为理想的假设条件为前提,这增加了工程应用的难度和成本[12-13]。而相对于传统的无模型控制策略,虽无需建立BSFS模型,但控制效果往往难以达到要求[14]。无模型自适应控制(model-free adaptive control, MFAC)作为一种新型数据驱动控制方法,利用系统的输入输出数据设计控制器,能够降低控制器对系统模型参数的依赖,具有较强的工程适用性[15-18]。当滚珠丝杠工作环境变化,且存在严重的外部干扰和未建模不确定性时,MFAC可以通过取代参数辨识、函数逼近、增益调节和模型降阶等常规技术,有效地移除控制器设计对于系统非线性和控制方向等信息的依赖。

离散滑模控制(discrete sliding mode control, DSMC)因其对不确定性和外界干扰的鲁棒性以及具有较快的收敛速度而得到广泛应用[19]。为了充分结合无模型自适应控制和滑模控制的优点,在文献[20]中,首次将DSMC引入MFAC,实现两者的优势互补。文献[21]在文献[20]的基础上,将MFAC和基于改进趋近率的滑模控制方法结合起来,使得离散滑模系统响应更快且在更短的时间收敛。然而其并未考虑外部扰动对于系统的影响。文献[22]将MFAC和积分滑模控制结合起来,并引入了离散扩张状态观测器(discrete-time extended state observer, DESO)估计并补偿干扰,有效提高了非线性系统的跟踪精度,然而上述控制存在着瞬态性能不明确的问题。预设性能控制(prescribed performance control, PPC)方法因其在定量表征控制系统的瞬态性能和稳态性能方面的突出优势,被广泛应用[23-24]。文献[25-26]研究一种具有PPC的MFAC-SMC策略,实现了非线性系统较高的控制精度,然而,上述控制系统采用对数型误差转换函数,使得控制器设计过程更加复杂,增加了应用成本。文献[27]提出一种平方根型误差转换方法对系统跟踪误差进行约束,然而其采用传统的线性滑模面及指数趋近率,忽略了离散滑模面符号函数所带来的抖振问题,稳态和动态精度均被削弱。

在此基础上,为了进一步提高BSFS的高精度

定位及跟踪控制,将 MFAC、PPC、离散积分终端滑模控制(discrete integral terminal sliding mode control, DITSMC)及 DESO 结合起来,提出一种改进预设性能无模型自适应(prescribed performance model-free adaptive discrete integral terminal sliding mode control,PP-MFA-DITSMC)方法。主要贡献如下:

1)所提出的 PP-MFA-DITSMC 方法通过 MFAC 框架使得控制器设计过程独立于系统精确模型,通过 DESO 对系统的集总扰动进行观测和补偿,进一步结合改进的 PPC 方法与 DITSMC 的优点,在保证系统控制精度的同时,区别于传统的连续型无模型控制方法,更易于在硬件系统及工程上实现。

2)构建一种改进的预设性能函数,兼顾指数函数快速收敛与正切函数平滑过渡的优点,进而提出一种简化的误差转换函数,在减小传统误差转换函数计算量的同时,保证对系统状态快速定量约束。

3)在设计切换控制律过程中,引入与滑模面相关的变速切换律,克服传统趋近律在远离滑模面时速率过小、耗时较长的问题;同时,引入集总扰动观测误差信息,使得所设计的控制器即使在存在未测量系统状态和不确定性的情况下也能满足系统的鲁棒性能要求。

4)通过响应曲面法对系统控制器关键参数进行分析,得到滚珠丝杠进给系统稳定时间、稳态误差范围与控制器关键参数的回归模型,得出控制器关键参数对于系统性能的影响。

1　BSFS 数学模型

BSFS 工作原理是永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)产生的旋转力矩驱动联轴器,继而使螺母运动,滚珠丝杠副将旋转运动转化为工作台的直线运动。图 1 为 BSFS 物理模型示意图。

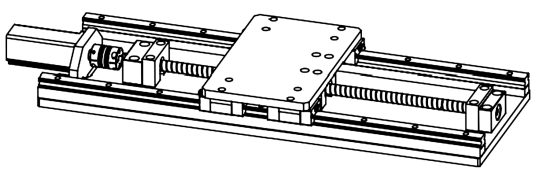


图 1　BSFS 物理模型

Fig. 1　Schematic diagram of BSFS

该模型的等效动态方程[28]为

$$\ddot{x}_1 = -\frac{B}{J}\dot{x}_1 + \frac{K_a K_t r_g}{J}u - \frac{r_g}{J}d。\tag{1}$$

式中:x_1 表示 BSFS 的线性位移;$\dot{x}_1$ 表示 BSFS 的运行速度;$\ddot{x}_1$ 表示 BSFS 的运行加速度;d 表示外部不确定性干扰;u 表示系统控制输入;B 表示滚珠丝杠进给系统的粘性阻尼系数;J 表示系统的等效转动惯量;K_a 表示电流放大增益;K_t 表示电机转矩比例系数;$r_g = \dfrac{l_d}{2\pi}$ 是滚珠丝杠副的传动比,l_d 为丝杠导程。

通过简化对象模型,系统的控制输入 u 和工作台位移 x_1 之间的传递函数为

$$x_1 = \frac{K_a K_t r_g}{Js^2 + Bs}u。\tag{2}$$

采用前向差分法将式(2)进行离散化可得

$$x_1(k+2) = \left(2 - \frac{BT_s}{J}\right)x_1(k+1) + \left(\frac{BT_s}{J} - 1\right)x_1(k) + \frac{K_a K_t r_g}{Js^2 + Bs}u(k)。\tag{3}$$

式中 T_s 为采样周期。

2　控制器设计及收敛性分析

在本节中,结合 MFAC、DESO、PPC 和 DITSMC 的 PP-MFA-DITSMC 方法设计及分析如下。

2.1　基于紧格式线性化模型的伪偏导数估计

根据 MFAC 理论,将 BSFS 位置控制问题转化为求取合适的控制输入 $u_m(k)$,使得输出位移 $y_d(k) = x_1(k)$ 能够快速、准确地抵达目标位置,其离散时间非线性系统[20]如下:

$$y_d(k+1) = f(y_d(k),\cdots,y_d(k-n_d), u_m(k),\cdots,u_m(k-n_u)) + \zeta_o(k)。\tag{4}$$

式中:$f(\cdot)$是未知的非线性函数;$y_d(k)$和 $u_m(k)$分别表示系统的输出和输入;n_d与 n_u分别代表输出和输入的未知顺序;$\zeta_o(k)$ 表示系统中的集总扰动。

定义

$$y(k+1) = f(y_d(k),\cdots,y_d(k-n_d), u_m(k),\cdots,u_m(k-n_u))。\tag{5}$$

则式(4)可以转化为

$$y_d(k+1) = y(k+1) + \zeta_o(k)。\tag{6}$$

因此,可以得到

$$\Delta y_d(k+1) = \Delta y(k+1) + \Delta\zeta_o(k)。\tag{7}$$

式中:$\Delta y_d(k+1) = y_d(k+1) - y_d(k)$;$\Delta y(k+1) =$

$y(k+1)-y(k)$;$\Delta\zeta_o(k)=\zeta_o(k)-\zeta_o(k-1)$。

为了避免系统参数时变过快引起系统失稳,选择紧格式线性化方法表示 BSFS 输出位移和控制输入信号的关系。满足以下假设:

假设 1:$y_d(k+1)$ 关于 $u_m(k)$ 的偏导数是连续的。

假设 2:系统满足广义李普希茨条件。对于任意k时刻和 $|\Delta u_m(k)|\neq 0$ 有 $|\Delta y_d(k+1)|\leqslant\eta|\Delta u_m(k)|$。式中:$\Delta u_m(k)=u_m(k)-u_m(k-1)$;$\eta$ 为正常数。

因此当 $|\Delta u_m(k)|\neq 0$ 时,存在伪偏导数(pseudo-partial derivative, PPD) $\boldsymbol{\Phi}(k)$,紧格式数据模型可以设计为

$$\Delta y(k+1)=\boldsymbol{\Phi}(k)\Delta u_m(k)。\tag{8}$$

将式(8)代入式(7)可得

$$\Delta y_d(k+1)=\boldsymbol{\Phi}(k)\Delta u_m(k)+\Delta\zeta_o(k)。\tag{9}$$

定义 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 为 $\boldsymbol{\Phi}(k)$ 的估计值,且 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)-\boldsymbol{\Phi}(k)$,则式(9)可以转化为

$$\Delta y_d(k+1)=\boldsymbol{\Phi}(k)\Delta u_m(k)-\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)\Delta u_m(k)+\Delta\zeta_o(k)。\tag{10}$$

通过定义复合扰动 $\zeta(k-1)=-\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)\Delta u_m(k)+\Delta\zeta_o(k)$,则式(10)可以转化为

$$\Delta y_d(k+1)=\boldsymbol{\Phi}(k)\Delta u_m(k)+\zeta(k)。\tag{11}$$

设计目标函数如下:

$$J(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k))=\|\Delta y_d(k)-\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)\Delta u_m(k-1)-\hat{\zeta}(k-1)\|^2+\chi\|\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)-\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)\|^2。\tag{12}$$

式中:$\chi>0$ 表示权重因子;$\hat{\zeta}(k-1)$ 为系统复合扰动项 $\zeta(k-1)$ 的估计值。对优化条件 $\partial J(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k))/\partial(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k))=0$ 求解可得

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)+\kappa[\Delta y_d(k)-\boldsymbol{\Phi}(k-1)\Delta u_m(k-1)-\hat{\zeta}(k-1)]\Delta u_m(k-1)/[\chi+\Delta u_m(k-1)^2]。\tag{13}$$

式中 $0<\kappa<2$。由于 $\boldsymbol{\Phi}(k)$ 是时变的,对 PPD 估计算法引入参数重置机制进行调配:$\|\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)\|\leqslant\varepsilon$、$\|\Delta u_m(k-1)\|\leqslant\varepsilon$ 或 $\mathrm{sign}(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k))\neq\mathrm{sign}(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(1))$、$\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Phi}}(1)$;否则,$\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 计算为式(13)。正常数 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(1)$ 为 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 的初始值。

2.2 离散时间扩展状态观测器设计

由于复合扰动 $\zeta(k)$ 是未知的,所以使用 DESO 算法来估计 $\zeta(k)$。并假设如下:

假设 3:对于任意时间步长,存在正常数 b 使得 $\|\zeta(k+1)-\zeta(k)\|\leqslant b$。

定义状态变量 $\boldsymbol{X}(k)=[y_d(k),\zeta(k)]^{\mathrm{T}}$,则系统状态方程可写为:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{X}(k+1)&=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}(k)+\boldsymbol{B}\Delta u(k)+\boldsymbol{E}\zeta(k);\\ \boldsymbol{Y}(k+1)&=\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}(k+1)。\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)\\0\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{C}=[1\quad 0]^{\mathrm{T}}$。

则 DESO 设计[29]为:

$$\left.\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{X}}(k+1)&=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}(k)+\boldsymbol{B}\Delta u(k)+\boldsymbol{L}[\boldsymbol{X}(k)-\hat{\boldsymbol{X}}(k)];\\ \hat{\boldsymbol{Y}}(k+1)&=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{X}}(k+1)。\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{X}}(k)=[\hat{y}_d(k),\hat{\zeta}(k)]^{\mathrm{T}}$,$\hat{y}_d(k)$ 和 $\hat{\zeta}(k)$ 分别表示 $y_d(k)$ 和 $\zeta(k)$ 的估计值;$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}l_1&0\\l_2&0\end{bmatrix}$,$l_1$ 和 l_2 表示观测器增益。

2.3 预设性能控制设计

定义 BSFS 的位置输出误差 $e(k)$,考虑离散时间正递减边界和预设性能函数 $\rho(k)$ 定义为

$$-\rho(k)<e(k)<\rho(k);\tag{16}$$

$$\rho(k+1)=\rho_\infty+[\rho(k)-\rho_\infty][\gamma\mathrm{e}^{-\theta k}+(1-\gamma)\tanh(\theta_0 k+0.2\pi)]。\tag{17}$$

式中:定义 $\lim\limits_{t\to\infty}\rho(k)=\rho_\infty$,$\rho_0$ 表示 $\rho(k)$ 的初始值,满足 $0<\rho_\infty<\rho_0$;$0<\gamma<1$ 为权重因子;θ、θ_0 为待设计参数。本文所设计的预设性能函数继承了指数型函数快速收敛的特性,可使跟踪误差在初始阶段迅速减小,快速逼近目标值;同时,借助双曲正切函数在自变量趋近于正负无穷时分别趋近于 ±1 的平滑过渡优势,在误差收敛后期实现更为平缓、稳定的过渡,避免因收敛速率过快引发超调等问题,从而实现对跟踪误差收敛轨迹更精准的包络约束。

PPC 保证了位置控制误差维持在预定义的边界式(16)内。在严格单调递增函数 $\Xi(\tau(k))$ 中引入变换误差 $\tau(k)$,由性能函数构造误差收敛域为

$$e(k)=\rho(k)\Xi(\tau(k))。\tag{18}$$

为了实现式(16),定义严格递增函数 $\Xi(\tau(k))$ 对于变换向量 $\tau(k)$ 具有以下性质:

1) $\Xi(\tau(k))\in(-1,1)$;

2) $\lim\limits_{\tau_f\to\infty}\Xi(\tau(k))\in 1$,$\lim\limits_{\tau_f\to-\infty}\Xi(\tau(k))\in -1$。

则函数 $\Xi(\cdot)$ 设计为

$$\Xi(\tau(k)) = \frac{2}{\pi}\arctan[\tau(k)]。\tag{19}$$

因此,转换后的误差 $\tau(k) = \tan\left[\frac{\pi e(k)}{2\rho(k)}\right] = \tan[\varphi(k)]$,则 $\varphi(k)$ 表示为

$$\varphi(k) = \frac{\pi e(k)}{2\rho(k)}。\tag{20}$$

由式(20)可知,避免了使用正切函数 tan(·),即 $\tau(k)$,而使用 $\varphi(k)$ 作为误差约束条件,若 $\varphi(k)$ 满足 $\Theta_1 \triangleq \left\{\varphi(k)\left| -\frac{\pi}{2} < \varphi(k) < \frac{\pi}{2}\right.\right\}$,则转换误差 $\tau(k)$ 有界,即误差 $e(k)$ 满足式 $-\rho(k) < e(k) < \rho(k)$。另外,约束条件式(16)保证了任意时刻下的 $\Xi(\tau(k)) \in (-1,1)$。

2.4　PP-MFA-DITSMC 设计

为了进一步增强控制系统的鲁棒性,基于文献[30],进而利用简化后的转换误差函数 $\varphi(k)$ 设计积分终端滑模面如下:

$$s(k) = \lambda_1\varphi(k) + \lambda_2\sum_{i=0}^{k-1}\varphi^{\lambda_3}(i)。\tag{21}$$

式中:λ_1 和 λ_2 为正常数;λ_3 为 2 个奇数的比值,满足 $0<\lambda_3<1$。

因此,$s(k+1)$ 可表示为

$$s(k+1) = \lambda_1\varphi(k+1) + \lambda_2\sum_{i=0}^{k}\varphi^{\lambda_3}(i) = \lambda_1\frac{\pi e(k+1)}{2\rho(k+1)} + \lambda_2\sum_{i=0}^{k}\varphi^{\lambda_3}(i)。\tag{22}$$

令 $s(k+1)=0$,则由式(22)可得

$$e(k+1) = -\frac{2\lambda_2}{\pi\lambda_1}\rho(k+1)\sum_{i=0}^{k}\varphi^{\lambda_3}(i)。\tag{23}$$

控制输入信号 $u_m(k)$ 设计如下:

$$u_m(k) = u_m(k-1) + \Delta u_m(k)。\tag{24}$$

在式(24)中,$\Delta u_m(k)$ 由等效控制律 $\Delta u_m^{eq}(k)$ 和切换控制律 $\Delta u_m^{sc}(k)$ 组成,表示为

$$\Delta u_m(k) = \Delta u_m^{eq}(k) + \Delta u_m^{sc}(k)。\tag{25}$$

结合 $e(k+1) = y_r(k+1) - y_d(k+1)$,$y_r(k+1)$ 为给定的参考信号,及式(23)~式(25),可推导出等效控制律为

$$\Delta u_m^{eq}(k) = \frac{1}{\upsilon + \hat{\Phi}(k)}[y_r(k+1) - y_d(k) - \hat{\zeta}(k)] + \frac{1}{\upsilon + \hat{\Phi}(k)}\cdot\frac{2\lambda_2\rho(k+1)\sum_{i=0}^{k}\varphi^{\lambda_3}(i)}{\pi\lambda_1}。\tag{26}$$

式中 $\upsilon > 0$ 为表示控制输入变化的惩罚因子,通过调节 υ 以避免系统输入量发生剧烈变化。

为克服传统趋近律缺点,切换控制律设计为

$$\Delta u_m^{sc}(k) = \frac{1}{\upsilon + \hat{\Phi}(k)}[\tau_1(s(k))\mathrm{sign}(s(k)) - 2\rho(k+1)\tau_2 s(k)/(\lambda_1\pi)]。\tag{27}$$

式中:$\tau_1(s(k)) = \tau_1|s(k)| + \sigma_0$;$\tau_1$、$\sigma_0$、$\tau_2$ 均为正实数,满足 $0<\tau_1<\frac{2\rho_\infty}{\pi}$、$\sigma_0 > |\hat{\zeta}(k)|$、$0<\tau_2<1$。

由式(27)可得,当系统状态远离滑动面时,系统状态根据变速到达定律 $\tau_1|s(k)|\mathrm{sign}(s(k))$ 到达滑模面,克服了传统趋近律在远离滑模面时速率过小、时间长的问题。当系统状态接近滑动面时,随着 $|s(k)|$ 的减小,使系统接近滑模面时趋近速度放缓,有利于削弱抖振。

由此可得系统总控制律为

$$u_m(k) = u_m(k-1) + \frac{1}{\upsilon + \hat{\Phi}(k)}[y_r(k+1) - y_d(k) + \frac{2\lambda_2}{\pi\lambda_1}\rho(k+1)\sum_{i=0}^{k}\varphi^{\lambda_3}(i) - \hat{\zeta}(k) + \tau_1(s(k))\mathrm{sign}(s(k)) - 2\rho(k+1)\tau_2 s(k)/(\lambda_1\pi)]。\tag{28}$$

为了保持系统的输入信号在合理范围内,提高系统的可靠性,对系统控制信号进行 $u_m(k)$ 限幅,即:

$$u_m(k) = \begin{cases} u_{min}, u_m(k) < u_{min}; \\ u_m(k), u_{min} \leqslant u_m(k) \leqslant u_{max}; \\ u_{max}, u_m(k) > u_{max}。\end{cases}\tag{29}$$

式中 u_{max} 和 u_{min} 分别为 $u_m(k)$ 的幅值上限和下限。

综上,BSFS 的 PP-MFA-DITSMC 原理如图 2 所示。

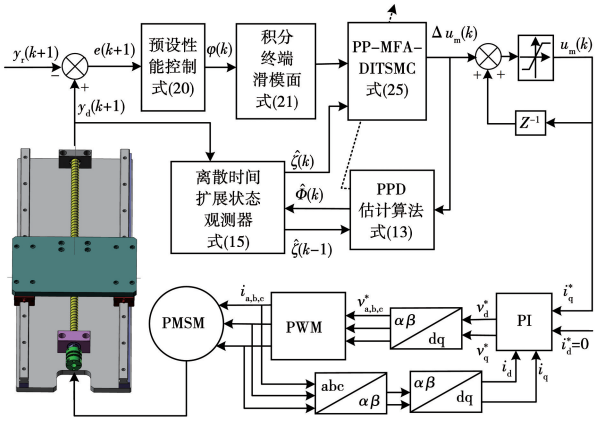


图 2　BSFS 的 PP-MFA-DITSMC 控制原理框图

Fig. 2　Principle block diagram of PP-MFA-DITSMC control of BSFS

2.5 系统收敛性分析

为了方便分析,给出以下引理:

引理1[29] 令矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_\alpha & a_L\\ \boldsymbol{I}_{L-1} & \boldsymbol{0}_{L-1}\end{bmatrix}_{L\times L}$,式中:$\boldsymbol{A}_\alpha=[a_1,\cdots,a_{L-1}]$;$\boldsymbol{I}_{L-1}$ 是 $L-1$ 维的单位矩阵;$\boldsymbol{0}_{L-1}=[0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}_{L-1}$。若 $\sum_{i=1}^{L}|a_i|<1$,则 $s(\boldsymbol{A})<1$,且对于任意小的正常数 $\sigma>0$,总存在 $\|\boldsymbol{A}\|_p\leqslant s(\boldsymbol{A})+\sigma$,$s(\cdot)$ 表示谱半径,$\|\cdot\|_p$ 表示 p 范数。

引理2[31] 对于离散时间滑模控制系统,必要和充分的可达性条件为:

$$\left.\begin{aligned}&[s_e(k+1)-s_e(k)]\mathrm{sign}(s_e(k))<0;\\&[s_e(k+1)+s_e(k)]\mathrm{sign}(s_e(k))>0。\end{aligned}\right\}\tag{30}$$

如果上述不等式(30)成立,则滑模面 $s_e(k)$ 将渐近收敛到滑模面。

引理3[32] 考虑以下动态系统:

$$h(k+1)=h(k)-\eta_1 h^m(k)+\alpha(k)。\tag{31}$$

式中:$\eta_1>0$;m 是满足 $0<m<1$ 的2个奇整数之比。如果变量 $|\alpha(k)|<\bar{\alpha}$,则系统状态 $h(k)$ 将在有限时间内逐渐收敛到以下域内:

$$\left\{h(k)\,\middle|\,h(k)\leqslant(1+m^{\frac{m}{1-m}}-m^{\frac{1}{1-m}})\times\max\left\{\left(\frac{\bar{\alpha}}{\eta_1}\right)^{\frac{1}{m}},\eta_1^{\frac{1}{1-m}}\right\}\right\}。\tag{32}$$

定理1 考虑满足假设1和假设2的式(4),假设 $\rho_0(k)<e_0(k)<\rho_0(k)$ 成立,本文设计的控制器式(29)可以确保DESO估计的总扰动项 $\zeta(k)$ 与跟踪误差 $e(k)$ 有界,能够被约束在预设的边界内,且扰动估计误差 $\tilde{\zeta}(k)$ 与滑模面 $s(k)$ 有界。

证明1 DESO估计误差的有界性。

结合式(21)和式(22),定义 $\tilde{\boldsymbol{X}}(k)=[\tilde{y}_{\mathrm{d}}(k),\tilde{\zeta}(k)]^{\mathrm{T}}=[y_{\mathrm{d}}(k)-\hat{y}_{\mathrm{d}}(k),\zeta(k)-\hat{\zeta}(k)]^{\mathrm{T}}$,表示估计误差DESO的估计误差,可得

$$\tilde{\boldsymbol{X}}(k+1)=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC})\tilde{y}_{\mathrm{d}}(k)+\boldsymbol{E}(\zeta(k+1)-\zeta(k))。\tag{33}$$

如假设3所述,$\|\zeta(k+1)-\zeta(k)\|$ 是有界的。根据引理1可知,选择适当的 l_1 及 l_2,使得矩阵 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC}$ 满足Hurwitz稳定,并且它的特征值在单位圆内,l_1 及 l_2 满足以下计算条件:$\lambda_{\max}=\max\left(\left|\frac{2-l_1+\sqrt{l_1^2-4l_2}}{2}\right|,\left|\frac{2-l_1-\sqrt{l_1^2-4l_2}}{2}\right|\right)<1$。

由此可得

$$\lim_{x\to\infty}\|\tilde{y}_{\mathrm{d}}(k)\|\leqslant b。\tag{34}$$

式中 b 为正实数。

因此根据式(34),可以推导出

$$\lim_{x\to\infty}\|\tilde{\zeta}(k)\|\leqslant b。\tag{35}$$

则通过上述分析可知,$\hat{\zeta}(k)$ 有界。

证明2 $s(k)$的有界性。

将式(28)代入式(21)可得

$$s(k+1)=\frac{\lambda_1\pi}{2\rho(k+1)}[-\tau_1(s(k))\mathrm{sign}(s(k))-\tilde{\zeta}(k)]+\tau_2 s(k)。\tag{36}$$

通过式(36)可得

$$[s(k+1)-s(k)]\mathrm{sign}(s(k))=\frac{\pi}{2\rho(k+1)}\{[-\tau_1|s(k)|-\sigma_o-\tilde{\zeta}(k)\mathrm{sign}(s(k))]+2\rho(k+1)(\tau_2-1)|s(k)|/\pi\}<0。\tag{37}$$

式(37)中的控制器参数满足下列不等式:

$$\left.\begin{aligned}&\tau_1>0;\\&-\sigma_o-\tilde{\zeta}(k)\mathrm{sign}(s(k))<0;\\&\tau_2-1<0。\end{aligned}\right\}\tag{38}$$

进一步推导

$$[s(k+1)+s(k)]\mathrm{sign}(s(k))=\left\{\frac{\pi}{2\rho(k+1)}\times[-\tau_1|s(k)|-\sigma_o-\tilde{\zeta}(k)\mathrm{sign}(s(k))]+(\tau_2+1)|s(k)|\right\}>\left[-\frac{\pi(\tau_1|s(k)|+2\sigma_o)}{2\rho(+\infty)}+(\tau_2+1)|s(k)|\right]。\tag{39}$$

则式(39)中的控制器参数满足下列不等式:

$$\left.\begin{aligned}&\tau_1<2\rho(+\infty)(\tau_2+1)/\pi;\\&-\sigma_o-\tilde{\zeta}(k)\mathrm{sign}(s(k))>-2\sigma_o;\\&\rho(k+1)>\rho(+\infty)。\end{aligned}\right\}\tag{40}$$

定义 $\Lambda=\frac{2\pi\sigma_o}{-\pi\tau_1+2\rho(+\infty)(\tau_2+1)}$,由不等式(39)可知,不等式 $[s(k+1)+s(k)]\mathrm{sign}(s(k))>0$ 成立,$\mathrm{sign}(s(k))>0$ 当且仅当以下不等式成立:

$$|s(k)|>\Lambda。\tag{41}$$

即定义包含原点的有界区域如下:

$$\boldsymbol{\Theta}_2\triangleq\{s(k)\,|\,-\Lambda\leqslant s(k)\leqslant\Lambda\}。\tag{42}$$

当 $s(k)\notin\boldsymbol{\Theta}_2$ 时,满足滑模面的可达性条件。因此,滑模变量 $s(k)$ 将逐渐收敛到有界区域 $\boldsymbol{\Theta}_2$。

当 $s(k)$ 到达并进入有界区域 $\boldsymbol{\Theta}_2$ 后,以下不等式始终成立:

$$|s(k)| \leqslant \Lambda。 \tag{43}$$

由此可得

$$\lim_{k\to+\infty} |s(k)| \leqslant \Lambda。 \tag{44}$$

结合上述分析,滑模面有界收敛。

证明 3　输出跟踪误差 $e(k)$ 的有界性。

由式(21)及式(22)可知

$$\begin{aligned} s(k+1)-s(k) &= \left[\lambda_1\varphi(k+1)+\lambda_2\sum_{i=0}^{k}\varphi^{\lambda_3}(i)\right]- \\ &\quad \left[\lambda_1\varphi(k)+\lambda_2\sum_{i=0}^{k-1}\varphi^{\lambda_3}(i)\right]= \\ &\quad \lambda_1\varphi(k+1)+\lambda_2\varphi^{\lambda_3}(k)- \\ &\quad \lambda_1\varphi(k)。 \end{aligned} \tag{45}$$

则式(45)可转化为

$$\begin{aligned} \varphi(k+1) &= -\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\varphi^{\lambda_3}(k)+\varphi(k)+ \\ &\quad \frac{1}{\lambda_1}[s(k+1)-s(k)]= \\ &\quad -\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\varphi^{\lambda_3}(k)+\varphi(k)+\omega_1(k)。 \end{aligned} \tag{46}$$

式中

$$\begin{aligned} \omega_1(k) &\triangleq \frac{1}{\lambda_1}[s(k+1)-s(k)]\leqslant \\ &\quad \frac{1}{\lambda_1}[|s(k+1)|+|s(k)|]。 \end{aligned} \tag{47}$$

由不等式(43)和式(47)可知,变量 $\omega_1(k)$ 有界,满足

$$\begin{aligned} \lim_{k\to+\infty}|\omega_1(k)| &\leqslant \lim_{k\to+\infty}\frac{1}{\lambda_1}[|s(k+1)|+ \\ &\quad |s(k)|]\leqslant \frac{2\Lambda}{\lambda_1}。 \end{aligned} \tag{48}$$

结合引理 3,可得

$$\begin{aligned} \lim_{k\to\infty}|\varphi(k)| &\leqslant (1+\lambda_3^{\frac{\lambda_3}{1-\lambda_3}}-\lambda_3^{\frac{1}{1-\lambda_3}})\times \\ &\quad \max\left\{\left(\frac{2\lambda_1\Lambda}{\lambda_2}\right)^{\frac{1}{\lambda_3}},\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{\frac{1}{1-\lambda_3}}\right\}。 \end{aligned} \tag{49}$$

通过适当选择参数 λ_1、λ_2、λ_3、τ_1、τ_2 和 $\rho(+\infty)$,可以保证不等式(49)满足 $\lim_{k\to\infty}|\varphi(k)|\leqslant\frac{\pi}{2}$。变量 $\varphi(k)$ 通过合适的参数逐渐到达并进入有界集合 $\boldsymbol{\Theta}_1$。因此,跟踪误差被限制在预设的可调域内。

证明 4　伪偏导数 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 有界性证明。

对于 $\mathrm{sign}(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k))\neq\mathrm{sign}(\hat{\boldsymbol{\Phi}}(1))$ 或 $|\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)|\leqslant\varepsilon$,则有 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)=\boldsymbol{\Phi}(1)$,$\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 有界。

在其他情况下,定义 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)=\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)-\boldsymbol{\Phi}(k)$,其中 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 是 $\boldsymbol{\Phi}(k)$ 的估计误差。将式(13)两边减去 $\boldsymbol{\Phi}(k)$,可得

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k) &= \hat{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)\left[1-\frac{\kappa\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)}{\chi+\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)^2}\right]- \\ &\quad \frac{\kappa\tilde{\zeta}(k-1)\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)}{\chi+\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)^2}+\boldsymbol{\Phi}(k)- \\ &\quad \boldsymbol{\Phi}(k-1)。 \end{aligned} \tag{50}$$

由于 $\|\boldsymbol{\Phi}(k)\|\leqslant a$,则 $\|\boldsymbol{\Phi}(k)-\boldsymbol{\Phi}(k-1)\|\leqslant 2a$,进而可推导出 $\left\|\frac{\kappa\tilde{\zeta}(k-1)\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)}{\chi+\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)^2}\right\|\leqslant\kappa\frac{b}{2\sqrt{\chi}}$,$\left|\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)\left[1-\frac{\kappa\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)}{\chi+\Delta u_{\mathrm{m}}(k-1)^2}\right]\right|\leqslant A_1|\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)|$,$A_1\leqslant 1$。因此,对式(50)两边取绝对值可得

$$\begin{aligned} |\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)| &\leqslant A_1|\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k-1)|+\kappa\frac{b}{2\sqrt{\chi}}+2a\leqslant \\ &\quad A_1^2|\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k-2)|+A_1\left(\kappa\frac{b}{2\sqrt{\chi}}+2a\right)+ \\ &\quad \kappa\frac{b}{2\sqrt{\chi}}+2a\leqslant\cdots\leqslant A_1^{k-1}|\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(0)|+ \\ &\quad \left(\kappa\frac{b}{2\sqrt{\chi}}+2a\right)\left(\frac{1-A_1^{k-1}}{1-A_1}\right)。 \end{aligned} \tag{51}$$

则 PPD 估计误差 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 有界,则 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}(k)$ 有界收敛。

证毕。

3　实验及结果分析

3.1　实验平台搭建

为了评估所提出的控制方法的位置控制性能,所搭建的实验平台如图 3 所示。该实验平台将 MATLAB/Simulink 设计的控制方法通过 Code Composer Studio 下载至 TMS320F28335 - EU2A 主控板中。主控板通过 RS485 通讯协议向驱动板发送位置指令,驱动 BSFS 做进给运动。实验平台通过磁粉制动器配合张力控制器模拟负载,光栅尺测量工作台位置,力矩传感器检测电机转矩,检测数据反馈至主控板形成闭环控制系统。PMSM 参数及 BSFS 结构参数如表 1 所示。

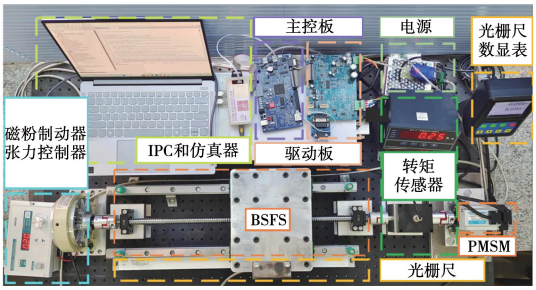


图 3 BSFS 实验平台

Fig. 3 BSFS experimental platform

表 1 PMSM 参数及 BSFS 三维模型结构参数

Table 1 PMSM parameters and structural parameters of BSFS 3D model

参数	数值
磁链/Wb	0.016 7
定子电阻/Ω	0.32
d－q 轴电感/mH	0.64
额定转速 n_N/(r/min)	3 000
极对数	2
额定转矩/(N·m)	1.27
螺距 l_d/mm	5
工作台质量/kg	0.98
K_a/(A/V)	1.5
K_t/(N·m/A)	0.11
J/(kg·m^2)	0.000 288

3.2 控制器参数对于系统性能影响的分析

本文所提出的控制方法参数数目较多,若采用单一变量进行参数对系统控制性能的分析,无法考虑到变量之间的交叉影响。响应面法不仅可以研究交互效应,并且能够通过响应曲面图直观展示函数关系[32]。因此本文采用响应曲面分析法中的 BBD (box-Behnken design)算法分析所设计的控制器中关键参数对于系统性能的影响,由于通过预设性能控制将系统跟踪误差约束在边界内,所以在实验中进行了适当的误差边界放宽,避免系统出现较大故障。给定位置指令为 0.004 m 的阶跃信号,并施加 0.1 N·m 的正弦时变负载,以系统稳定时间(快速性)及稳态误差范围(稳定性)作为评价指标,选择 υ、l_1、λ_1和 λ_2作为自变量,分别用 A、B、C、D 表示,每个自变量根据式(15)、式(21)及式(26)、引理 1、引理 3 给出取值范围,如表 2 所示。并以稳定时间 ΔT 和稳态误差范围 ΔE 作为响应量。

表 2 响应面试验参数及其数值范围

Table 2 Parameters and numerical range of response surface

自变量	水平		
	－1	0	1
A	2	16	30
B	0.2	0.5	0.8
C	0.3	0.75	1.2
D	0.1	0.25	0.5

由于多项式近似模型是得到目标与变量关系的常用方式之一,在设计变量时,选用二阶响应模型对响应函数进行逼近,基本模型如下:

$$y(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k}\beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k}\beta_{ii}x_i^2 + \sum_{i<j}^{k}\beta_{ij}x_i x_j + \iota。 \tag{52}$$

式中:$y(x)$为目标函数;x_i为第 i 个自变量;β_i为 x_i的线性效应系数;β_{ii}为 x_i的二次效应系数;β_{ij}为 x_i与 x_j之间的交互效应系数;ι 为残差。

在稳定时间作为响应量时,利用 Design Expert 软件对模拟结果进行方差分析,得到二阶回归方程如下式所示,各项系数均保留到小数点后两位:

$$\begin{aligned}\Delta T = {} & 129.18 - 0.03 \times A - 21.25 \times B - 91.18 \times \\ & C - 263.22 \times D - 1.02 \times A \times B + 0.41 \times \\ & A \times C + 1.31 \times A \times D + 16.25 \times B \times C - \\ & 7.5 \times B \times D + 156.11 \times C \times D - 6.19 \times 10^{-6} \times \\ & A^2 + 58.75 \times B^2 + 3.58 \times C^2 + 90.93 \times D^2。\end{aligned} \tag{53}$$

模型的原假设成立的概率 $P = 0.020\ 5 < 0.05$,表明影响因子显著性较高,失拟项中的原假设成立的概率 $P = 0.685\ 6 > 0.05$,表明失拟项在统计意义上不显著。F 为影响因子的均方除以其误差均方,模型的 F 值为 3.24,意味着该模型显著。$F_A = 6.80$、$F_B = 0.36$、$F_C = 0.81$、$F_D = 0.56$,对于系统稳定时间的影响依次排列为 $A > C > D > B$。进一步对模型进行交互试验,得到 4 个变量间两两交互作用对系统性能影响的三维图如图 4 所示。由图 4 可知,A 与 B 之间的交互作用是影响系统稳定时间的主要因素,B 与 C 之间的交互作用对于系统稳定时间的影响最小,以图 4(a)中 A 与 B 之间的交互作用为例,当其他参数不变时,改变 A、B 参数,系统稳定时间为[0.043 s,0.093 s],当 A 取值较小,B 取值较小,稳定时间最快,B 取值较大或 A 取值较大,稳定

时间次之,当 A、C 同时取较小值或较大值时,系统稳定时间最长。

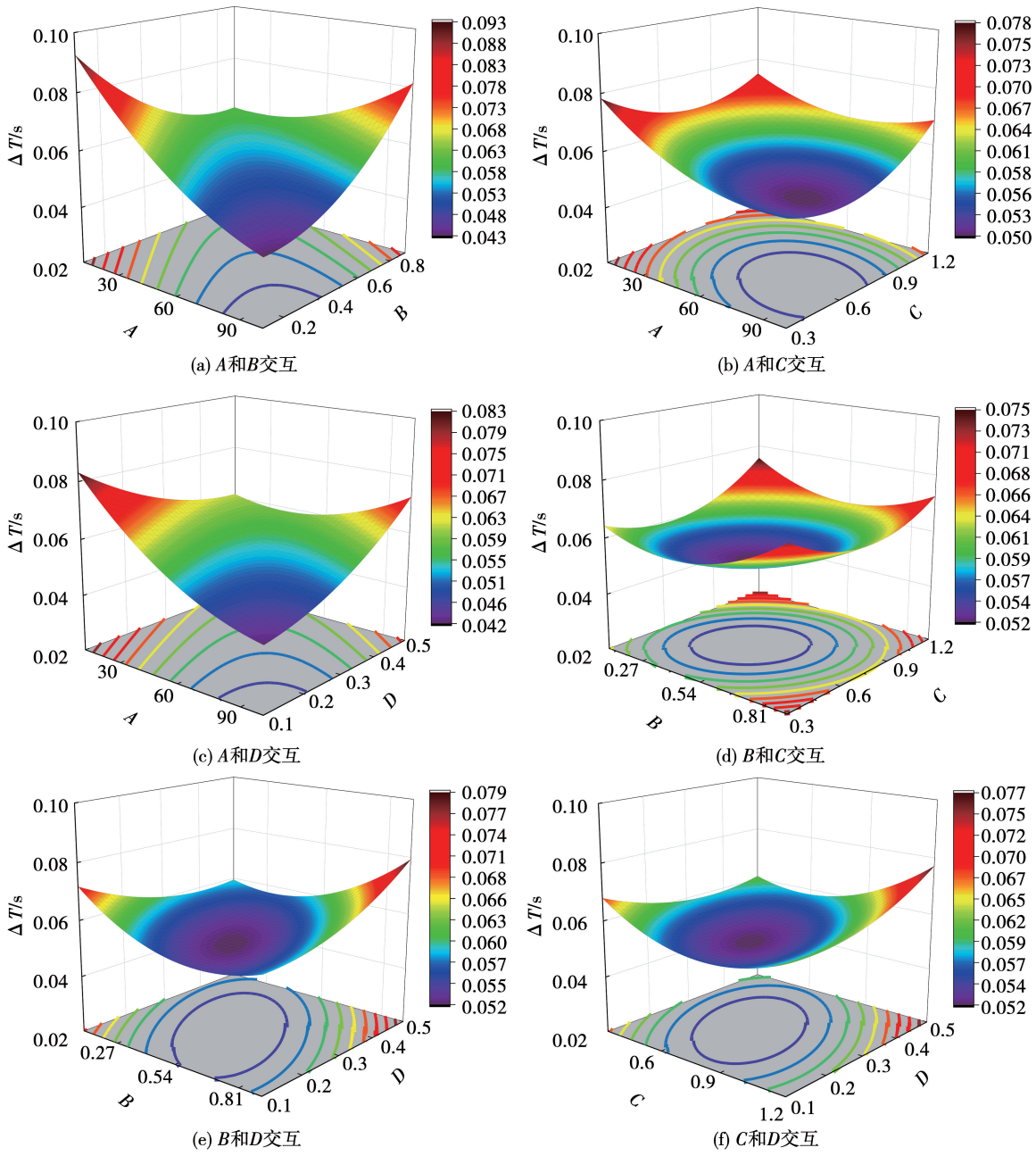


图 4　关键参数交互作用对系统稳定时间的影响

Fig. 4　Interaction effects of key parameters on the system settling time

在稳态误差范围作为响应量时,得到的二阶回归方程为

$$\begin{aligned}\Delta E = {} & 129.18 - 0.03 \times A - 21.25 \times B - 91.18 \times C - 263.22 \times D - 1.02 \times A \times B + 0.41 \times A \times C + 1.31 \times A \times D + 16.25 \times B \times C - 7.5 \times B \times D + 156.11 \times C \times D - 6.19 \times 10^{-6} \times A^2 + 58.75 \times B^2 + 3.58 \times C^2 + 90.93 \times D^2。\end{aligned} \tag{54}$$

则模型的原假设成立的概率 $P = 0.008\ 5 < 0.05$,表明影响因子显著性较高,失拟项中 $P = 0.385\ 1 > 0.05$,表明失拟项在统计意义上不显著。模型的 F 值为 4.01,意味着该模型显著。$F_A = 7.28$、$F_B = 1.87$、$F_C = 1.85$、$F_D = 3.03$ 对于系统稳态误差范围的影响依次排列为 $A > D > B > C$。得到 4 个变量间两两交互作用对系统性能影响的三维图如图 5 所示。由图 5 可知,A 与 B 之间的交互作用

是影响系统稳态误差范围的主要因素，B 与 D 之间的交互作用对于系统稳态误差范围的影响最小，在稳态误差作为响应量时，各个因变量对其的影响同图 4 分析方法相同。

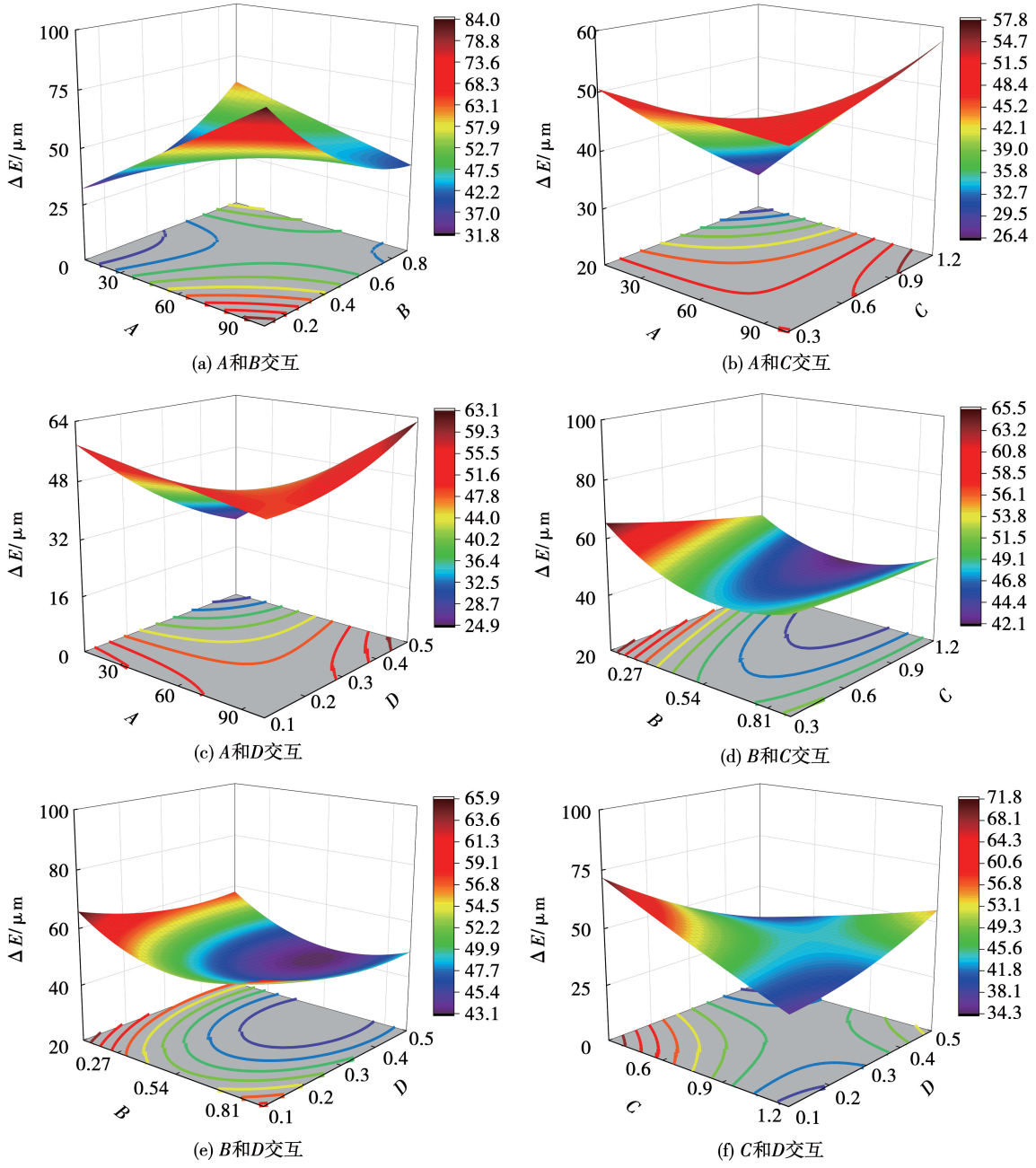


图 5 关键参数交互作用对系统稳态误差范围的影响

Fig. 5 Interaction effects of key parameters on system steady-state error

3.3 实验结果及分析

BSFS 的定位精度、跟踪精度是衡量位置控制精度的重要指标，采用周期性矩形位置指令验证定位精度，正弦位置指令验证跟踪精度。输入信号根据 PMSM 最大输入电流设置为：$u_{\min} = -11\ \text{A} < u_{\text{m}}(k) < u_{\max} = 11\ \text{A}$。采样周期设置为 $T_{\text{s}} = 0.1\ \text{ms}$。

3.3.1 BSFS 定位精度实验验证结果及分析

使用 DESO + MFAC、PPC + DITSMC + MFAC 与本文所提出的 PP-MFA-DITSMC 进行对比，3 种控制方法的具体参数设置如下：

c1(MFAC + DESO)：$\hat{\Phi}(1) = 5$；$\varepsilon = 0.001$；$\kappa = 0.8$；$\chi = 0.1$；$l_1 = 0.3$；$l_2 = 0.2$。

c2(PPC + DITSMC + MFAC):$\hat{\Phi}(1)=5;\varepsilon=0.001;\kappa=0.8;\chi=0.1;\upsilon=20;\gamma=0.6,\theta=0.1;\theta_0=0.01;\lambda_1=0.8;\lambda_2=0.3;\lambda_3=7/11;\tau_1=0.001;\sigma_0=0.5;\tau_2=0.1$。大位移指令:$\rho_0=0.1;\rho_\infty=0.010\ 5$。小位移指令:$\rho_0=0.01;\rho_\infty=0.003\ 5$。

c3(PP-MFA-DITSMC):$\hat{\Phi}(1)=5;\varepsilon=0.001;\kappa=0.8;\chi=0.1;\upsilon=20;l_1=0.3;l_2=0.2;\gamma=0.6;\theta=0.1;\theta_0=0.01;\lambda_1=0.8;\lambda_2=0.3;\lambda_3=7/11;\tau_1=0.001;\sigma_0=0.5;\tau_2=0.1$。大位移指令:$\rho_0=0.1;\rho_\infty=0.010\ 5$。小位移指令:$\rho_0=0.01;\rho_\infty=0.003\ 5$。

周期性矩形位置指令设置大位移及小位移 2 种情况,图 6 和图 7 分别为大位移及小位移指令下的定位结果及定位误差的局部放大图,表 3 为定位性能评价指标,根据图表可知 3 种控制方法下均无超调,PP-MFA-DITSMC 方法收敛速度最快。信号指令为大位移时,本文提出的方法使 BSFS 稳态误差范围收敛于[-2.7 μm,3.1 μm],相较于方法 c1 和方法 c2 分别降低了 79.27% 和 54.33%;信号指令为小位移时,本文提出的方法使 BSFS 稳态误差范围收敛于[-2.4 μm,2.9 μm],相较于方法 c1 和方法 c2分别降低了 81.00% 和 56.91%。由此可知 PP-MFA-DITSMC 具有最优的定位控制性能,使得 BSFS 更快更精确地跟踪期望位置,精度和鲁棒性明显提升。

表 3　定位性能评价指标

Table 3　Positioning performance evaluation indexes

情况	控制方法	稳态误差/μm	收敛时间/s
大位移信号	c1	[-14.2,13.8]	>0.08
	c2	[-6.5,6.2]	>0.08
	c3	[-2.7,3.1]	<0.08
小位移信号	c1	[-13.2,14.7]	>0.03
	c2	[-6.2,6.1]	>0.03
	c3	[-2.4,2.9]	<0.03

3.3.2　BSFS 跟踪精度实验验证结果及分析

实验采用正弦位置指令验证跟踪精度。BSFS 实际的工作状态存在时变不确定性以及干扰,故设计 2 种运行条件。

Set1:0 ~ 1 s,系统空载运行;1 s 后,施加 0.2 N·m干扰并保持至 5 s 结束。该过程 BSFS 所受负载由无负载到受到固定负载影响,所设置的条件模拟 BSFS 由空载到执行简单加工任务过程。

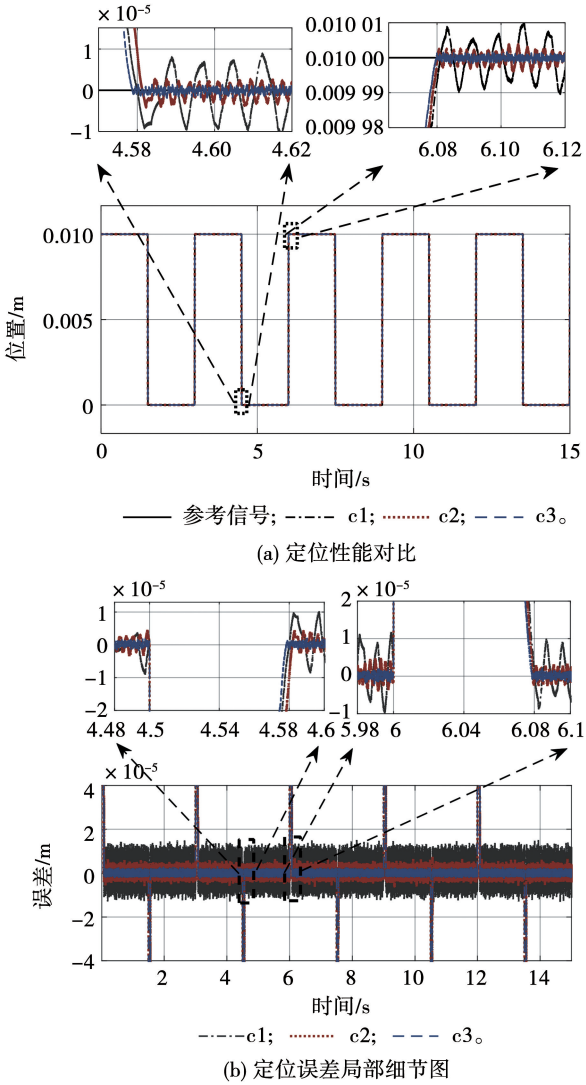


图 6　大位移指令信号下比较结果

Fig. 6　Compared results in larger position signals

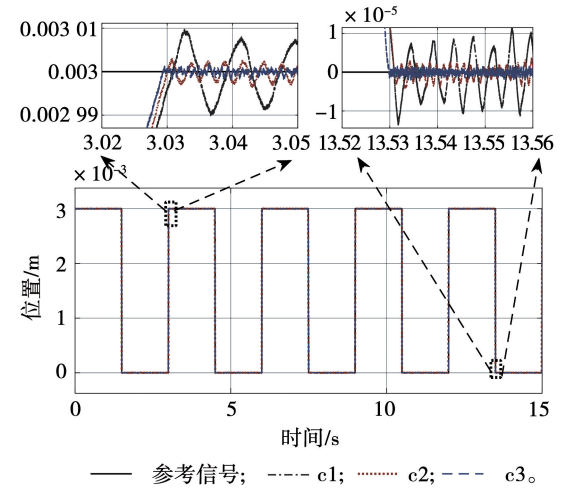
Set2:施加周期为 5 s 的 $0.2\sin(8\pi t)$ N·m 时变干扰。该过程 BSFS 受时变负载影响,所设置的条件模拟 BSFS 执行复杂加工任务。

通过跟踪误差范围 $[e_{t\min},e_{t\max}]$ 和标准差(E_{STD})评价控制方法的跟踪性能,其计算公式分别为:

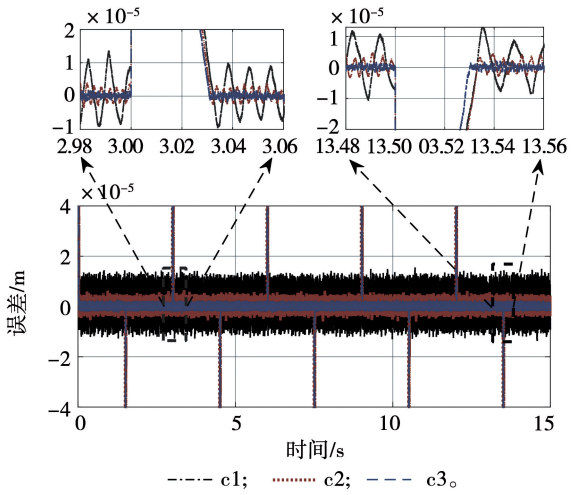
$$[e_{t\min},e_{t\max}]=[\min|e_t(n)|,\max|e_t(n)|];\tag{55}$$

$$E_{\mathrm{STD}}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left[e_t(n)-\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(e_t(n))\right]^2}。\tag{56}$$

式中 $e_t(n)=y_d(n)-y_r(n)$，$n=1,2,\cdots,N$，N 表示实验中的总时间步长。



(a) 定位性能对比



(b) 定位误差局部细节图

图 7 小位移指令信号下比较结果

Fig. 7 Compared results in larger position signals

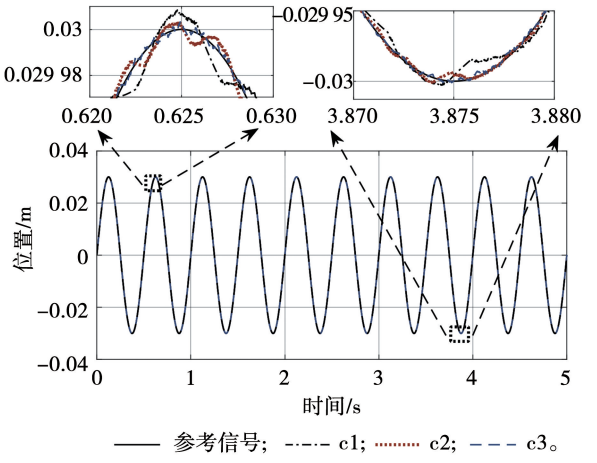
使用 MFAC + DESO、PPC + DITSMC + MFAC 与本文所提出 PP-MFA-DITSMC 进行对比，3 种控制方法的参数设置如下：

c1：$\hat{\Phi}(1)=5;\varepsilon=0.001;\kappa=0.8;\chi=0.1;l_1=0.3;l_2=0.2$。

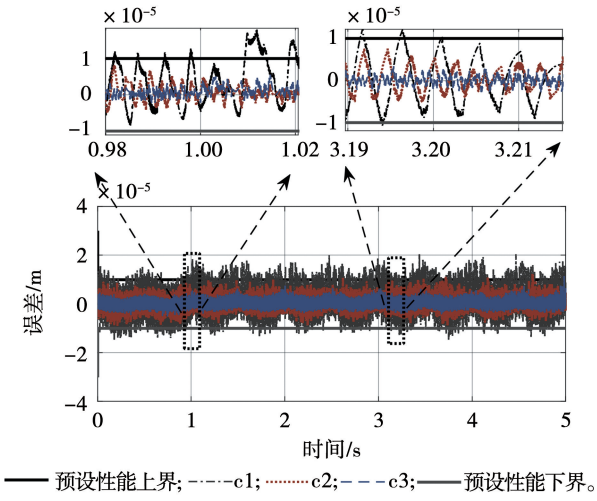
c2：$\hat{\Phi}(1)=5;\varepsilon=0.001;\kappa=0.8;\chi=0.1;\upsilon=20;\gamma=0.6;\theta=0.1;\theta_o=0.01;\rho_\infty=10^{-5};\rho_0=3\times10^{-5};\lambda_1=0.8;\lambda_2=0.3;\lambda_3=7/11;\tau_1=10^{-6};\sigma_o=0.5;\tau_2=0.1$。

c3：$\hat{\Phi}(1)=5;\varepsilon=0.001;\kappa=0.8;\chi=0.1;\upsilon=20;l_1=0.3;l_2=0.2;\gamma=0.6;\theta=0.1;\theta_o=0.01;\rho_\infty=10^{-5};\rho_0=3\times10^{-5};\lambda_1=0.8;\lambda_2=0.3;\lambda_3=7/11;\tau_1=10^{-6};\sigma_o=0.5;\tau_2=0.1$。

图 8 和图 9 为正弦位置指令下的实验结果，表 4 为跟踪性能评价指标，由图表可知在 Set1 条件下，PP-MFA-DITSMC 的跟踪误差范围为[−5.13 μm，6.5 μm]和标准差 E_{STD} = 1.14 μm，控制性能指标相较于 c1 方法分别减少了 66.95% 和 80.84%，相较于 c2 方法分别减少了 45.54% 和 56.82%。在情况2 条件下，所提出方法的跟踪误差范围为[−6.6 μm，6.1 μm]和 E_{STD} = 1.10 μm，控制性能指标相较于 c1 方法分别减少了 63.61% 和 81.61%，相较于 c2 方法分别减少了 46.64% 和 64.52%。



(a) 跟踪性能对比



(b) 跟踪误差对比

图 8 正弦位置指令在 Set1 条件下运行结果

Fig. 8 Operation results of the sine position command under Set1

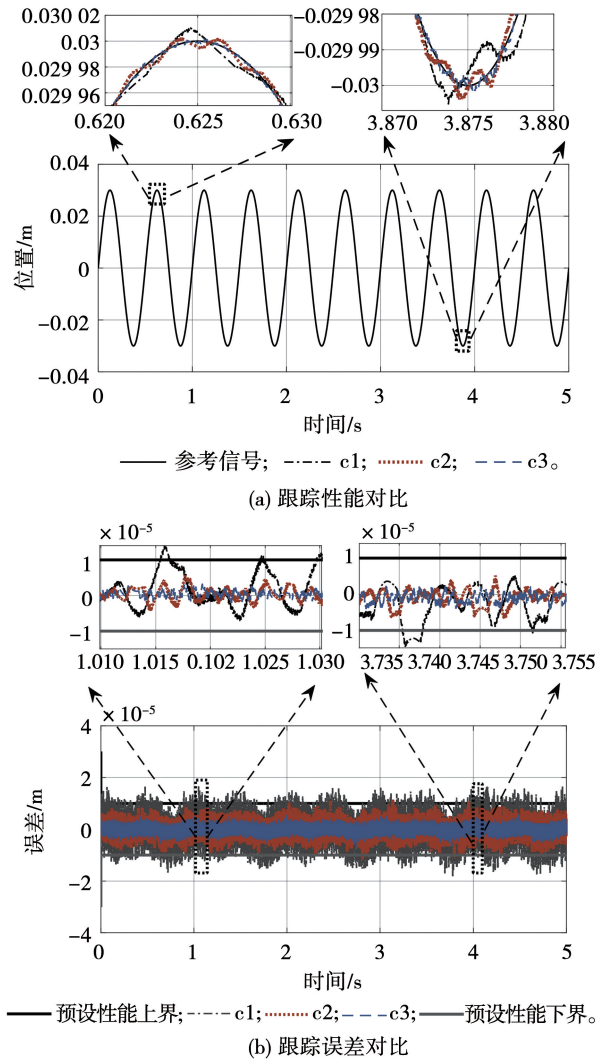


图 9　正弦位置指令在条件 Set2 下运行结果

Fig. 9　Operation results of the sine position command under Set2

表 4　跟踪性能评价指标

Table 4　Tracking performance evaluation indexes

条件	方法	$[e_{t\min}, e_{t\max}]$	E_{STD}/μm
Set1	c1	[−15.1,20.0]	5.95
	c2	[−9.0,12.3]	2.64
	c3	[−5.1,6.5]	1.14
Set2	c1	[−18.2,16.7]	5.98
	c2	[−12.0,11.8]	3.10
	c3	[−6.6,6.1]	1.10

4　结　论

为了提高 BSFS 的位置控制精度,本文提出 PP-MFA-DITSMC 方法,该方法不依赖 BSFS 数学模型参数,能够将位置误差收敛于预设范围内,易于实现并具有良好的实际控制效果。最后进行了实验,获得了控制器关键参数对于系统控制性能的影响。证明了 PP-MFA-DITSMC 相较于其他方法具有较高的鲁棒性和更好的动态扰动补偿能力。所提出的方法在突加干扰和时变负载工况下能够将 BSFS 的定位稳态误差约束在 ±4 μm 内,跟踪误差约束在 ±9 μm内,进一步提高了 BSFS 的应用范围及应用领域。

参 考 文 献:

[1] WANG Dong, ZHANG Shizhen, WANG Liping, et al. Developing a ball screw drive system of high-speed machine tool considering dynamics[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(5): 4966.

[2] LIU Chang, ZHAO Chunyu, WEN Bangchun. Dynamics analysis on the MDOF model of ball screw feed system considering the assembly error of guide rails[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 178: 109290.

[3] NAM J, KIM S, KO D. Analysis of friction noise mechanism in lead screw system of autonomous vehicle seats and dynamic instability prediction based on deep neural network[J]. Sensors, 2023, 23(13): 6169.

[4] RASTI J. Design of the ball screw-driven elevator for use in the building industry[J]. Journal of Structural and Construction, 2020, 7(1): 262.

[5] 徐兆山, 唐国新, 杨勇, 等. 棉纺环锭细纱机集落升降滚珠丝杠刚度分析[J]. 纺织器材, 2020, 47(2): 5.
XU Zhaoshan, TANG Guoxin, YANG Yong, et al. Analysis of the rigidity of the ball screw in the collective doffing lifting of the cotton ring spinning frame[J]. Textile Accessories, 2020, 47(2): 5.

[6] ZHANG Chengyong, CHEN Yaolong. Tracking control of ball screw drives using ADRC and equivalent-error-model-based feedforward control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(12):7682.

[7] HUANG Tao, KANG Yutong, DU Shuangjiang, et al. A survey of modeling and control in ball screw feed-drive system[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 121(5−6): 2923.

[8] LI Changyou, XU Mengtao, SONG Wenjun. A review of static and dynamic analysis of ball screw feed drives, recirculating linear guideway, and ball screw[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2023, 188: 104021.

[9] ZHU Muzhu, BAO Dafei, HUANG Xingrong. The design of a tracking controller for flexible ball screw feed system based on inte-

gral sliding mode control with a generalized extended state observer [J]. Actuators, 2023, 12(10): 387.

[10] GE Hongyu, WANG Cangfu, ZHANG Chuanwei, et al. Sliding mode control of ball screw meta-action unit based on disturbance compensation and inertia identification[J]. Shock and Vibration, 2023(1): 7731379.

[11] HUANG Tao, DENG Peng, ZHANG Weigui, et al. Polytopic LPV modeling and gain scheduling H∞ control of ball screw with position-and load-dependent variable dynamics [J]. Precision Engineering, 2024, 87: 1.

[12] ZHANG Lei, LIU Jianhua, ZHUANG Cunbo. Gain scheduling control of ball screw feed drives based on linear parameter varying model[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 124: 4493.

[13] WAN Min, MA Xiaozhe, DAI Jia, et al. A hybrid model for pre-compensating servo error in the ball screw system based on high-bandwidth controller[J]. CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, 2024, 52: 175.

[14] EL-SOUSY F F M, AMIN M M, SOLIMAN A S, et al. Optimal adaptive ultra-local model-free control based-extended state observer for PMSM driven single-axis servo mechanism system[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2024, 60(5): 7728.

[15] XU Jianlian, XU Feng, WANG Yulong, et al. An improved model-free adaptive nonlinear control and its automatic application[J]. Applied Sciences, 2023, 13(16): 9145.

[16] ZHAO Dongya, GAO Shouli, LI Fei. Model-free adaptive tensor product control for a class of nonlinear systems[J]. Control Engineering Practice, 2024, 147: 105912.

[17] ZHANG Peng, CHE Weiwei. Hierarchical distributed model-free adaptive fault-tolerant vehicular platooning control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2024, 35(3): 1281.

[18] SUN Jianggao, WEI Ziqing, LIU Xing. GRU-based model-free adaptive control for industrial processes[J]. Neural Computing and Applications, 2023, 35(24): 17701.

[19] 龙云, 姚崇, 宋恩哲, 等. 基于扰动估计的电子节气门离散快速终端滑模控制及实验性能分析[J]. 电机与控制学报, 2023, 27(3): 158.
LONG Yun, YAO Chong, SONG Enzhe, et al. Discrete-time fast terminal sliding mode control and performance analysis for electronic throttle with disturbance observer[J]. Electric Machines and Control, 2023, 27(3): 158.

[20] 侯忠生, 王卫红, 金尚泰. 一类非线性离散系统自适应准滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(5): 505.
HOU Zhongsheng, WANG Weihong, JIN Shangtai. Adaptive quasi-sliding-mode control for a class of nonlinear discrete-time systems[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(5): 505.

[21] 郑鑫鑫, 张大海, 曹荣敏, 等. 改进无模型自适应迭代学习的直线电机滑模控制[J]. 电机与控制学报, 2024, 28(7): 120.
ZHENG Xinxin, ZHANG Dahai, CAO Rongmin, et al. Improved model free adaptive iterative learning control for linear motor sliding mode control[J]. Electric Machines and Control, 2024, 28(7): 120.

[22] WEI Xiaohua, SUI Zhen, PENG Hanzhou, et al. Model-free adaptive sliding mode control scheme based on DESO and its automation application[J]. Processes, 2024, 12(9): 1950.

[23] LIU Yang, LIU Xiaoping, JING Yuanwei, et al. Adaptive backstepping H∞ tracking control with prescribed performance for internet congestion[J]. ISA Transactions, 2018, 72: 92.

[24] JIANG Chenhu, XU Hongguang, NIU Xiaoxin. Adaptive sliding mode disturbance rejection control with prescribed performance for robotic manipulators[J]. ISA Transactions, 2019, 91: 41.

[25] HUANG Xiuwei, DONG Zhiyan, ZHANG Feng. Discrete-time extended state observer-based model-free adaptive sliding mode control with prescribed performance[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32(8): 4816.

[26] HUANG Xiuwei, DONG Zhiyan, ZHANG Feng. Model-free adaptive integral sliding mode constrained control with modified prescribed performance[J]. IET Control Theory & Applications, 2023, 17(8): 1044.

[27] LIU Mingliu, ZHAO Zhirui, HAO Lina. Prescribed performance model-free adaptive sliding mode control of a shape memory alloy actuated system[J]. ISA Transactions, 2022, 123: 339.

[28] WU Qu, ZHOU Shunqian, WANG Xinglian. Research on global nonsingular fast terminal sliding mode control strategy of ball screw feed system based on improved double power reaching law [J]. Actuators, 2024, 13(10): 423.

[29] 侯忠生, 金尚泰. 无模型自适应控制:理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2013.

[30] 李中奇, 孙鹏昕, 杨辉,等. 重载列车离散积分终端滑模预测控制[J]. 控制理论与应用, 2025, 42(2): 235.
LI Zhongqi, SUN Pengxin, YANG Hui, et al. Discrete integral terminal sliding mode predictive control for heavy haul train[J]. Control Theory & Applications, 2025, 42(2): 235.

[31] GAO Weibing, WANG Yufu, HOMAIFA A. Discrete time variable structure control systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1995, 42(2): 117.

[32] LI Shihua, DU Haibo, YU Xinghao. Discrete-time terminal sliding mode control systems based on Euler's discretization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 59(2): 546.

[33] KIM Dongcheol, RHEE Sehun. Design of an optimal fuzzy logic controller using response surface methodology[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2001, 9(3), 404.

(编辑:刘琳琳)